Compito di prova di Logica (m) 1

Esercizio 1: Specificare l'ambito di ciascuna occorrenza di connettivo nelle seguenti:

1.1 $(\mathsf{P} \land \neg \mathsf{Q}) \leftrightarrow (\mathsf{P} \to (\mathsf{P} \lor \mathsf{Q}))$

1.2 $(\mathsf{P} \lor \mathsf{Q}) \land \neg(\mathsf{P} \leftrightarrow (\mathsf{P} \land \mathsf{Q}))$

Esercizio 2: Dimostrare le seguenti ricorrendo alle regole di $\mathcal{F}$ (dove gli enunciati che eventualmente precedono $\vdash$ sono le premesse e quello che segue è la conclusione):

2.1 $\vdash \mathsf{P} \to \mathsf{P} \lor \mathsf{Q}$

2.2 $\mathsf{P} \lor \neg \mathsf{Q}, \neg \mathsf{P} \vdash \neg \mathsf{Q}$

2.3 $\mathsf{Q} \to \mathsf{P} \vdash \neg \mathsf{P} \to \neg \mathsf{Q}$

2.4 $\mathsf{Cube(a)} \lor \mathsf{a} = \mathsf{b}, \mathsf{Cube(b)} \vdash \mathsf{Cube(a)}$

Esercizio 3: Stabilire mediante tavole di verità se nei seguenti la conclusione è o no conseguenza tautologica delle premesse.

3.1 Premesse: $\mathsf{Cube(a)}$, $\mathsf{Cube(a)} \to \mathsf{Cube(b)}$, $\mathsf{Cube(c)}$. Conclusione: $\mathsf{Cube(a)} \land \mathsf{Cube(c)}$.

3.2 Premesse: P, $\mathsf{Q} \lor \mathsf{P}$. Conclusione: Q.

3.3 Premessa: $\neg(\mathsf{P} \land \mathsf{Q} \land \neg \mathsf{R})$. Conclusione: $\neg \mathsf{P} \lor \neg \mathsf{Q} \lor \mathsf{R}$

Esercizio 4: Tradurre le seguenti in un linguaggio del primo ordine:

Ad es., 'Ada ama qualche greco' può essere reso come $\exists \mathsf{x}(\mathsf{Ama(ada, x)} \land \mathsf{Greco(x)})$

4.1 Nessun uomo ama Ada.

4.2 Ogni uomo ama o Ada o Gina.

4.3 Se Ada ama Gino allora Gino ama Ada.

4.4 Gino e Mario non sono lo stesso uomo.