

## Montante e valore attuale

Si consideri il caso di un individuo che investe un capitale  $C$  per un numero  $n$  di anni ad un tasso di interesse  $i$ .

Il calcolo dell'interesse corrisposto può essere effettuato con il metodo dell'*interesse semplice* o dell'*interesse composto*.

*Metodo dell'interesse semplice.*

In questo metodo gli interessi non generano interessi.

L'interesse  $I$  che l'individuo percepisce ogni anno è semplicemente uguale a  $i$  moltiplicato per  $C$ :

$$I_1 = iC$$

$$I_2 = iC$$

$$I_3 = iC$$

...

$$I_n = iC$$

Il montante  $M$ , somma del capitale e degli interessi, riscosso alla fine degli  $n$  anni è pari a:

$$M = C + I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = C + iC + iC + iC + \dots + iC = C(1 + ni) \quad .$$

Dalla precedente formula deriva anche:

$$C = \frac{M}{(1 + ni)}$$

che permette di calcolare il valore attuale  $C$  di una somma  $M$  disponibile tra  $n$  anni, calcolato con il metodo dell'interesse semplice.

*Metodo dell'interesse composto.*

In questo metodo gli interessi generano interessi, ossia l'interesse maturato alla fine di ogni anno va a sommarsi al capitale e con esso produce nuovi interessi.

Seguiamo anno per anno la generazione degli interessi.

Alla fine del primo anno il capitale  $C$  produce un interesse pari a:

$$I_1 = iC .$$

Questo interesse si somma al capitale, dando origine ad un montante pari a:

$$M_1 = C + iC = C(1+i) .$$

Alla fine del secondo anno il montante  $M_1$  genera un interesse pari a:

$$I_2 = iM_1 = i(C + iC) = iC(1+i)$$

e un montante pari a:

$$M_2 = M_1 + I_2 = C(1+i) + iC(1+i) = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2 .$$

In modo analogo, alla fine del terzo anno si ha:

$$I_3 = iM_2 = iC(1+i)^2$$

e:

$$M_3 = M_2 + I_3 = C(1+i)^2 + iC(1+i)^2 = C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3 .$$

Generalizzando, il montante  $M$  maturato alla fine del periodo di  $n$  anni risulta uguale a:

$$M = C(1+i)^n .$$

Se il problema è quello di calcolare il valore attuale di una somma  $M$  disponibile tra  $n$  anni, si ottiene immediatamente:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} .$$

Essendo  $(1+i)^n > 1$ , la conclusione che si può trarre è che una somma disponibile in un tempo futuro “vale” meno di una somma disponibile subito. Più precisamente, il valore attuale di una somma futura si ottiene dividendo questa somma per il fattore di sconto  $(1+i)^n$ . Il valore attuale risulta tanto minore quanto maggiori sono il tempo  $n$  e il tasso di interesse  $i$ .