

Compito di Logica 2 (m)

Esercizio 1: Specificare l'ambito di ciascun connettivo nelle seguenti

1.1 $P \wedge \neg Q \leftrightarrow P \rightarrow P \vee Q$

1.2 $(P \vee Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow P \wedge Q)$

Esercizio 2: Dimostrare le seguenti ricorrendo solo alle dieci regole primitive e alla definizione del bicondizionale:

2.1 $P, \neg P \vdash \neg Q$

2.2 $\vdash \neg(Q \wedge (\neg P \leftrightarrow P \wedge Q))$

2.3 $P \rightarrow Q \vdash \neg(P \wedge \neg Q)$

Esercizio 3: Offrire le tavole di verità delle seguenti:

3.1 $(P \wedge Q) \vee P \rightarrow Q$

3.2 $P \rightarrow Q \leftrightarrow \neg Q$

Esercizio 4: Il valore di P è V, quello di Q è F, e quello di R è V. Determinare il valore di verità di $(P \wedge \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg P) \vee Q$

Esercizio 5: Dimostrare per induzione sulle fbf che in tutte le fbf del linguaggio della logica enunciativa occorre almeno una lettera enunciativa.

Esercizio 6: Presentate lo schema generale della dimostrazione del metateorema di coerenza.

Esercizio 7: Tradurre le seguenti nella notazione della logica predicativa (usando le lettere predicative 'F' e 'G', 'I' e il nome 'm')

7.1 Nessun francese è sia greco sia irlandese.

7.2 Qualche indiano non è greco.

7.3 Nessun francese è invidioso, tranne i guasconi.

7.4 Se Menelao è felice, allora tutti i greci lo invidiano.

In questo esercizio è utile esplicitare alcune delle parentesi lasciate convenzionalmente inespresse; ad es. scrivere $(P \wedge Q) \rightarrow P$ al posto di $P \wedge Q \rightarrow P$.

8 Soluzioni (possibili) delle derivazioni

2.1 $P, -P \vdash -Q$

1	(1)	P	A
2	(2)	$-P$	A
3	(3)	Q	A
1, 2	(4)	$P \wedge -P$	1, 2 I \wedge
1, 2, 3	(5)	$(P \wedge -P) \wedge Q$	3, 4 I \wedge
1, 2, 3	(6)	$P \wedge -P$	5 E \wedge
1, 2	(7)	$-Q$	3, 6 RAA

2.2 $\vdash -(Q \wedge (-P \leftrightarrow P \wedge Q))$

1	(1)	$Q \wedge (-P \leftrightarrow P \wedge Q)$	A
1	(2)	Q	1 E \wedge
1	(3)	$-P \leftrightarrow P \wedge Q$	1 E \wedge
1	(4)	$(-P \rightarrow P \wedge Q) \wedge (P \wedge Q \rightarrow -P)$	3 Def. \leftrightarrow
1	(5)	$P \wedge Q \rightarrow -P$	4 E \wedge
6	(6)	$P \wedge Q$	A
1, 6	(7)	P	6 E \wedge
1, 6	(8)	$-P$	5, 6 MPP
1, 6	(9)	$P \wedge -P$	7, 8 I \wedge
1	(10)	$-(P \wedge Q)$	6, 9 RAA
1	(11)	$-P \rightarrow P \wedge Q$	4 E \wedge
1	(12)	$--P$	10, 11 MTT
1	(13)	P	12 DN
1	(14)	$P \wedge Q$	2, 13 I \wedge
1	(15)	$(P \wedge Q) \wedge -(P \wedge Q)$	10, 14 I \wedge
	(16)	$-(Q \wedge (-P \leftrightarrow P \wedge Q))$	1, 15 RAA

2.2 $\vdash -(P \leftrightarrow -P)$

1	(1)	$P \leftrightarrow -P$	A
1	(2)	$(P \rightarrow -P) \wedge (-P \rightarrow P)$	1 Def. \leftrightarrow
1	(3)	$P \rightarrow -P$	2 E \wedge
4	(4)	P	A
1, 4	(5)	$-P$	3, 4 MPP
1, 4	(6)	$P \wedge -P$	4, 5 I \wedge
1	(7)	$-P$	4, 6 RAA
1	(8)	$-P \rightarrow P$	2 E \wedge
1	(9)	P	7, 8 MPP
1	(10)	$P \wedge -P$	7, 9 I \wedge
	(11)	$-(P \leftrightarrow -P)$	1, 10 RAA